

Szkolny turniej matematyczny – etap I

Zadania dla klas II

1. Naskicuj wykres funkcji $f(x)=|\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 5|$.

2. Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

a) wykaż, że funkcja f jest parzysta,

b) wykaż, że funkcja f jest rosnąca w zbiorze $(-\infty, 0>$,

c) wyznacz zbiór wartości funkcji f ,

d) Podaj przedział liczbowy, w którym funkcja f jest malejąca.

3. Dwa boki trójkąta mają długość 7 i 8, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy $\sqrt{5}$. Wiedząc, że pole trójkąta wynosi $12\sqrt{5}$, oblicz sinusy kątów tego trójkąta.

4. Wykaż, że jeżeli w trójkącie ABC prawdziwa jest równość $\frac{|BC|}{|AC|} = \sqrt{2}$ to $\cos^2 \alpha = 2\cos^2 \beta - 1$.

Wskazówka: Wykorzystaj twierdzenie sinusów lub cosinusów.

5. Wykaż, że liczba $3^{18} - 2^{18}$ jest podzielna przez 19.

6. Oblicz:

$$\left[\left(4 - 12^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(4 + 12^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

7. Wyznacz liczbę rozwiązań równania $|x - 6| + |x + 1| = m$, w zależności od wartości parametru m . W przypadku istnienia rozwiązań wyznacz je.

Rozwiązania należy zapisać na kartkach formatu A 4, rozmieszczając zapis tak, aby każde zadanie mieściło się na oddzielnej stronie.